1 Potência

1.1 Potência de expoente Natural

1.1.1 Definição

Sejam a um número real e n um número natural. Potência de base a e expoente n é o número a^n tal que:

$$\begin{cases} a^0 = 1 \\ a^n = \underbrace{a.a.a.\ldots.a}_{n \text{ vezes}} \end{cases}$$

1.1.2 Exemplos

I. $3^0 = 1$

II. $(-2)^0 = 1$

III. $5^1 = 5$

IV. $\frac{1}{7}^1 = \frac{1}{7}$

V. $(-3)^1 = -3$

1.2 Potência de expoente inteiro negatio

1.2.1 Definição

Dado um número real a, não nulo, e um número n natural, define-se a potência a^{-n} pela relação

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

isto é, a potência de base real, não nula, e expoente inteiro negativo é definida como o inverso da correspondente potência de inteiro positivo.

1.2.2 Exemplos

I. $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

II. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

III. $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$

1.3 Propriedades

P_1. $a^m.a^n = a^{m+n}$

P_2. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$ e $m \geq n$

P_3. $(a.b)^n = a^n.b^n$

P_4. $(\dfrac{a}{b})^n = \dfrac{a^n}{b^n}, b \neq 0$

P_5. $(a^m)^n = a^{m.n}$

1.4.2 Exemplos

I. $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{3}$

II. $2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$

III. $7^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\dfrac{1}{49}}$, ou $7^{-\frac{2}{3}} = \dfrac{1}{7^{\frac{2}{3}}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{7^2}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{49}}$

1 Radiciação

1.1 Raiz enésima Aritmética

1.1.1 Definição:

Dados um número real $a \geq 0$ e um número natural n, existe sempre um número real positivo ou nulo b, tal que, $b^n = a$.

Ao número b chamaremos raiz enésima de a e indicaremos pelo símbolo $\sqrt[n]{a}$, onde a é chamado de radicando e n é o índice.

$$\sqrt[n]{a} = \mathbf{b}$$

1.2 Exemplos:

a. $\sqrt[5]{32} = 2$ porque $2^5 = 32$

b. $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$

c. $\sqrt{9} = 3$ porque $3^2 = 9$

d. $\sqrt[7]{0} = 0$ porque $0^7 = 0$

e. $\sqrt[6]{1} = 1$ porque $1^6 = 1$

1.3 Observções:

1º) Da definição decorre que: $(\sqrt[n]{a})^n = a$

2º) Observamos na definição dada que: $\sqrt{36} = 6$ e não $\sqrt{36} = \pm 6$

3º) Devemos estar atentos no cálculo de raiz quadrada de um quadrado perfeito:
$\sqrt{a^2} = \mid a \mid$

4º) Usualmente se racionaliza os denominadores das frações que apresentam raízes:
$\frac{a}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a}{\sqrt[n]{b}} \cdot \frac{\sqrt[n]{b}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a\sqrt[n]{b}}{b}$

1.4 Exemplos:

a. $(\sqrt[3]{16})^3 = 16$

b. $\sqrt{(3)^2} = \mid 3 \mid = 3$

c. $\sqrt{64} = 8$

d. $\sqrt[3]{-8} = -2$

e. $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

f. $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

1.5 Propriedades:

Se $a \in R_+$, $b \in R_+$, $m \in Z$, $n \in N^*$ e $p \in N^*$, temos:

P1. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n\cdot p]{a^{m\cdot p}}$

P2. $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

P3. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, com $b \neq 0$

P4. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

P5. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\cdot n]{a}$

Equações

As equações de primeiro grau são sentenças matemáticas que estabelecem relações de igualdade entre termos conhecidos e desconhecidos, representadas sob a forma:

$$a\boldsymbol{x} + b = \mathbf{0}$$

Donde a e b são números reais, sendo a um valor diferente de zero (a ≠ 0) e x representa o valor desconhecido, o valor desconhecido é chamado de incógnita que significa "termo a determinar". Nas equações do primeiro grau o expoente da incógnita é sempre 1.

Exemplo:

$$2x + 4 = 0 \qquad x + 1 = 0$$

Matemática unioeste
Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Cursinho Pré-vestibular 2022
Coordenadora da Matemática: Professora Susimeire
Monitores: Alex, Bruno, Fabio, João, Patricia.
Data: 24 de Setembro de 2022

Como resolver uma equação do primeiro grau?

O objetivo de resolver uma equação de primeiro grau é descobrir o valor desconhecido, ou seja, encontrar o valor da incógnita que torna a igualdade verdadeira.

Exemplo: Qual o valor da incógnita x que torna a igualdade $8x - 3 = 5$ verdadeira?

$$8x - 3 = 5$$

$$8x - 3 + 3 = 5 + 3$$

$$8x = 8$$

$$x = \frac{8}{8}$$

$$x = 1.$$

A equação do segundo grau recebe esse nome porque é uma equação polinomial cujo termo de maior grau está elevado ao quadrado. Também chamada de equação quadrática, é representada por:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Numa equação do 2º grau, o x é a incógnita e representa um valor desconhecido. Já as letras a, b e c são chamados coeficientes da equação. Os coeficientes são números reais e o coeficiente a tem que ser diferente de zero, pois do contrário passa a ser uma equação do 1º grau.

Exemplo:

$$x^2 + 2x + 4 = 0 \qquad 2x^2 + x + 4 = 0$$

EXERCÍCIOS DE POTÊNCIA

1. Classificar em verdadeira (V) ou falsa (F) cada uma das sentenças abaixo:

a) $(5^3)^{-2} = 5^{-6}$

b) $2^{-4} = -16$

c) $3^{-4}.3^5 = \frac{1}{3}$

d) $\frac{7^{-2}}{7^{-5}} = 7^{-3}$

e) $\frac{5^2}{5^{-6}} = 7^{-3}$

f) $(2^{-3})^{-2} = 2^6$

g) $16^{\frac{3}{4}} = 8$

h) $27^{\frac{-4}{3}} = \frac{1}{81}$

i)$8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8}$

j) $64^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{8}$

2. (FEI-SP) O valor da expressão $B = 5.10^8.4.10^{-3}$é:

a) 20^6

b) 2.10^6

c) 2.10^9

d) 20.10^{-4}

3. (FATEC) Das três setenças abaixo:

I. $2^{x+3} = 2^x.2^3$

II. $(25)^x = 5^{2x}$

III. $2^3 + 3^x = 5^x$

a) somente a I é verdadeira;

b) somente a II é verdadeira;

c) somente a III é verdadeira;

d) somente a II é falsa;

e) somente a III é falsa.

EXERCÍCIOS DE RADICIAÇÃO

4. Classifique em Verdadeiro (v) ou Falsa (F) as seguintes afirmações:

a) $\sqrt[3]{27} = 3$ b) $\sqrt{4} = \pm 2$

c) $\sqrt[10]{1} = 1$ d) $\sqrt{-144} = -12$

e) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}$ f) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{35}$

g) $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[5]{5}$ h) $\sqrt[4]{6} \cdot \sqrt{8} = \sqrt[3]{48}$

5. (IFSC-2018) Analise as afirmações a seguir:

I. $-5^2 - \sqrt{16} \cdot (-10) \div (\sqrt{5})^2 = -17$

II. $35 \div (3 + \sqrt{81} - 2^3 + 1) \times 2 = 10$

III. Efetuando-se $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})$, obtém-se um número

Assinale a alternativa correta.

a. Todas são verdadeiras.
b. Apenas I e III são verdadeiras.
c. Todas são falsas.
d. Apenas uma das afirmações são verdadeiras.
e. Apenas II e III são verdadeiras.

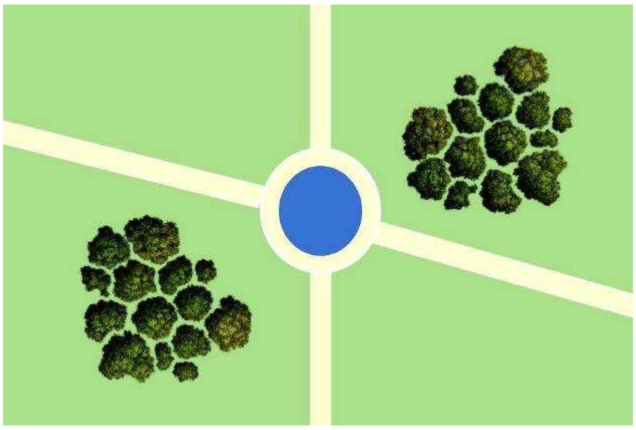
Exercício de Equação

1. Monte as equações que representam as sentenças a seguir e encontre o valor desconhecido.
   a) 6 unidades somadas ao dobro de um número é igual a 82. Qual é esse número?
   b) Um retângulo com 100 cm de perímetro apresenta a medida do lado maior com 10 cm a mais que o lado menor. Quanto mede o lado menor dessa figura geométrica?

2. (Unicamp-adaptada) Após ter corrido 2/7 de um percurso e, em seguida, caminhando 5/11 do mesmo percurso um atleta verificou que ainda faltavam 600 metros para o final do percurso. Qual o comprimento total do percurso?

a) 2850 m
b) 2120 m
c) 2310 m
d) 2540 m

3. Uma praça, representada da figura abaixo, apresenta um formato retangular e sua área é igual a 1 350 $m2$. Sabendo que sua largura corresponde a 3/2 da sua altura, determine as dimensões da praça.



4. Laura tem de resolver uma equação do 2º grau no “para casa”, mas percebe que, ao copiar do quadro para o caderno, esqueceu-se de copiar o coeficiente de x. Para resolver a equação, registrou-a da seguinte maneira: $4x$^$2 + ax + 9 = 0$. Como ela sabia que a equação tinha uma única solução, e esta era positiva, conseguiu determinar o valor de a, será?

a) – 13
b) – 12
c) 12
d) 13